



Física para Ciencias: Principio de Arquímedes, Ecuaciones de Continuidad y Bernoulli.

Dictado por:
Profesor Aldo Valcarce

1^{er} semestre 2014

Presión de un fluido



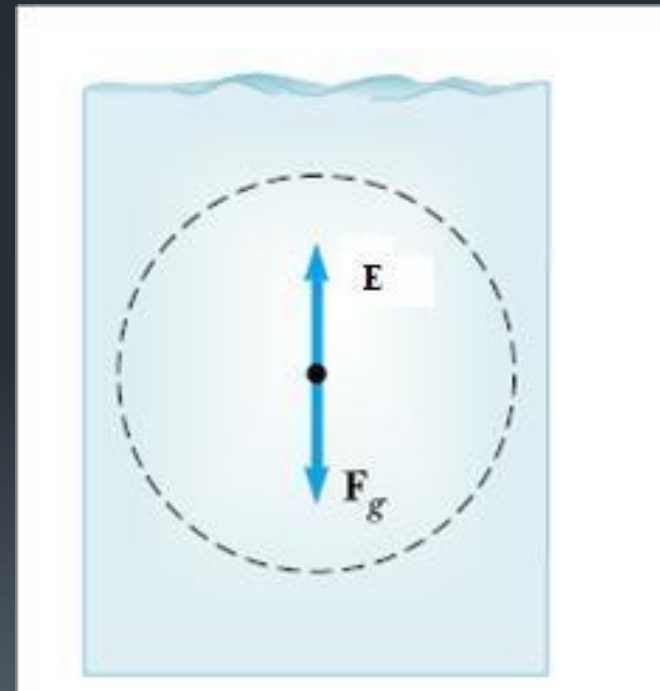
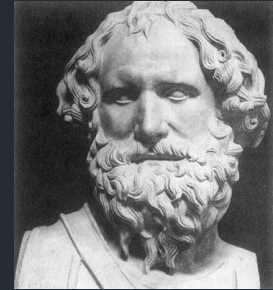
Presión depende de la profundidad

$$P = \rho h g$$

Fuerza es proporcional al área donde se aplica la presión

$$F = PA$$

Flotabilidad y principio de Arquímedes

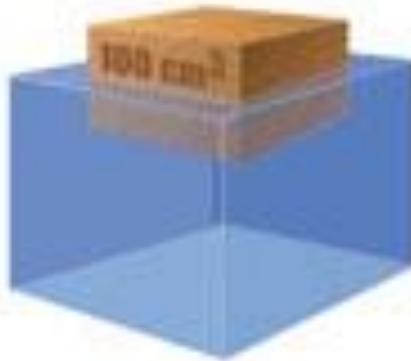


Flotabilidad y principio de Arquímedes



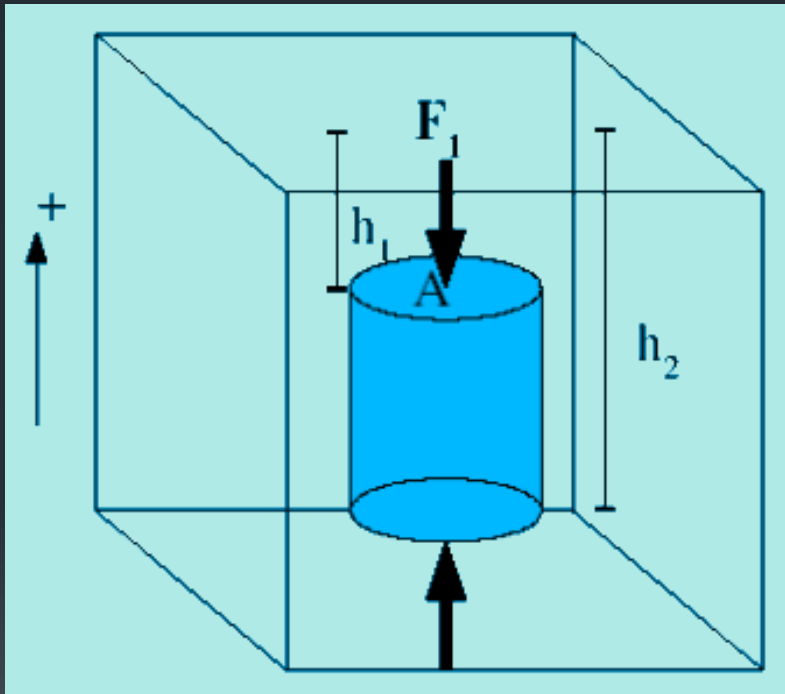
Empuje o fuerza de flotación es la fuerza que ejerce el fluido sobre el objeto hacia arriba

Su valor corresponde al peso del volumen del fluido desplazado por el objeto.



Flotabilidad y principio de Arquímedes

¿Por qué flota un objeto?



Consideremos la fuerza neta actuando sobre un cilindro sumergido en un fluido de densidad ρ_f .

Las fuerzas F_1 y F_2 se deben a la presión del agua. La fuerza neta es la suma de ambas fuerzas:

$$\begin{aligned} F_n &= F_2 - F_1 \\ &= \rho_f g (h_2 - h_1) A \\ &= \rho_f g V \end{aligned}$$

La fuerza neta actúa hacia arriba. Ésta se llama empuje o fuerza de flotación F_B .

Flotabilidad y principio de Arquímedes

$$F_B = \rho_f g V$$

Volumen del objeto

Densidad del fluido

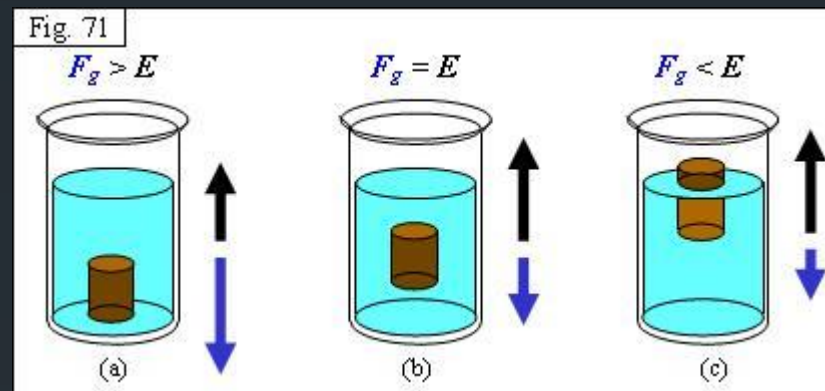
La fuerza de flotación sobre un cuerpo sumergido en un fluido es igual al peso del fluido desplazado por el objeto.

Arquímedes (287-212 aC)

Nota: si el objeto está parcialmente sumergido, lo que importa no es el volumen total del objeto sino el volumen sumergido.

Flotabilidad: Fuerza Neta

$$\begin{aligned}\sum F &= F_B - F_g \\ &= \rho_f g V_s - \rho_o g V_o\end{aligned}$$



Con V_s siendo el volumen sumergido, V_o siendo el volumen del objeto, ρ_f la densidad del fluido y ρ_o la densidad del objeto.

Si el cuerpo está **totalmente sumergido** ($V_s = V_o$) y no ha llegado a su posición de equilibrio

$$(\rho_f - \rho_o) V_o g = Ma$$



Si $\rho_f > \rho_o$ el objeto tiene a positiva (subirá).

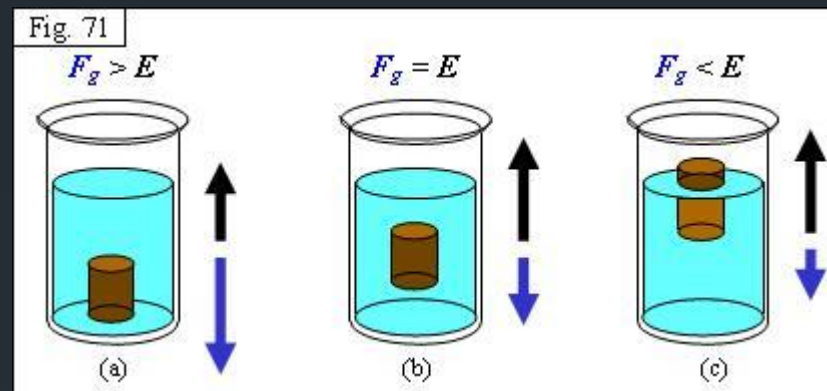
Si $\rho_f < \rho_o$ el objeto tiene a negativa (bajará).

Flotabilidad: Fuerza Neta

Si el cuerpo **NO** está totalmente sumergido

$$\begin{aligned}\sum F &= F_B - F_g \\ &= \rho_f g V_s - \rho_o g V_o\end{aligned}$$

$$V_s \neq V_o$$

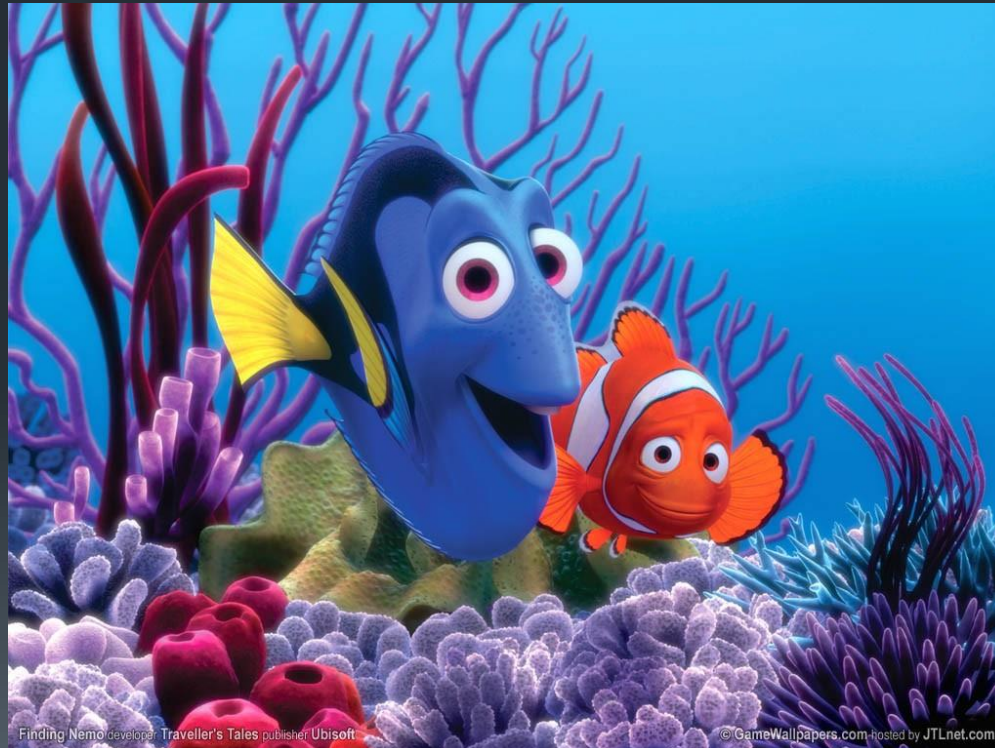


Como el cuerpo flota $a = 0$.

$$\rho_f V_s = \rho_o V_o$$

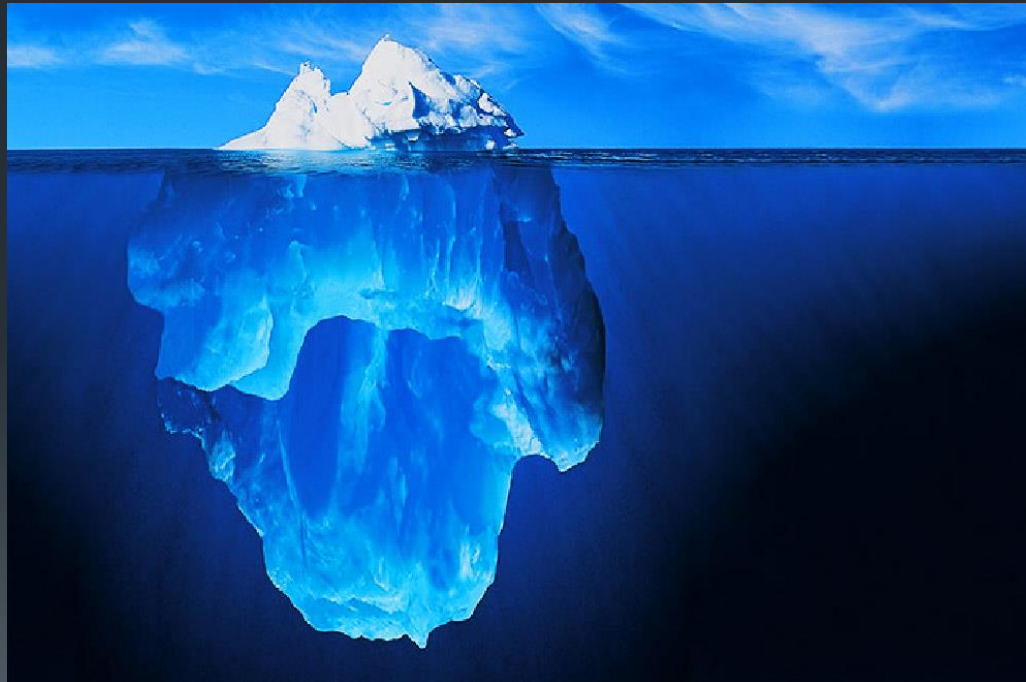
Ejemplo: cuerpo sumergido

Sabiendo que la densidad del agua de mar es de 1030 kg/m^3 determine cual debería ser el volumen mínimo de un pez que tiene una masa de 2 kg .



Ejemplo: cuerpo semi-sumergido

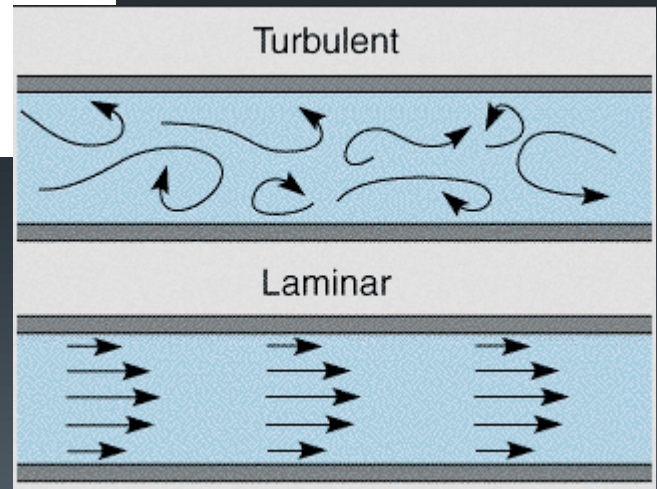
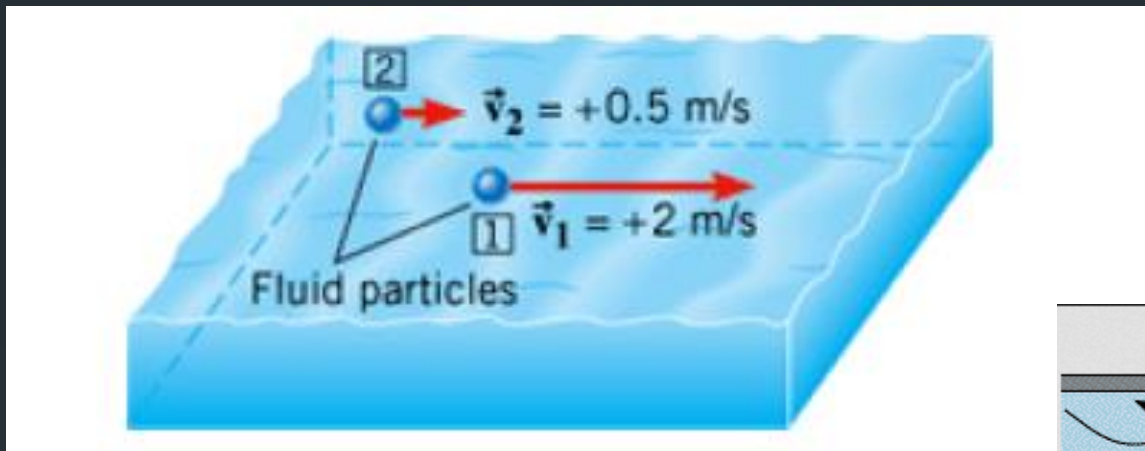
Determinar la fracción del volumen de un iceberg que se encuentra sumergida bajo el agua. Un iceberg tiene una densidad de 917 kg/m^3 y la densidad del mar es de 1030 kg/m^3 .



Fluidos en movimiento

Hasta ahora hemos considerado fluidos en reposo.

Ahora estudiamos fluidos en movimiento: hidrodinámica.

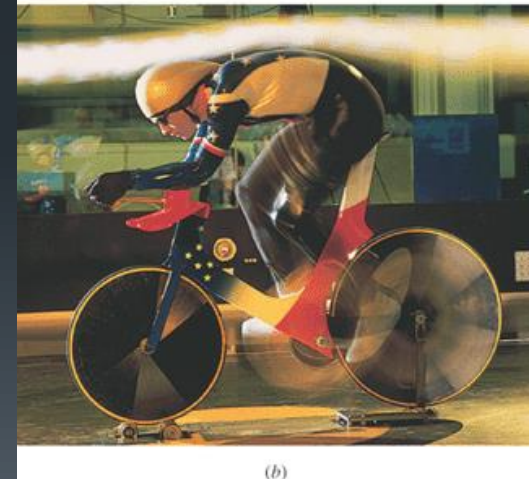
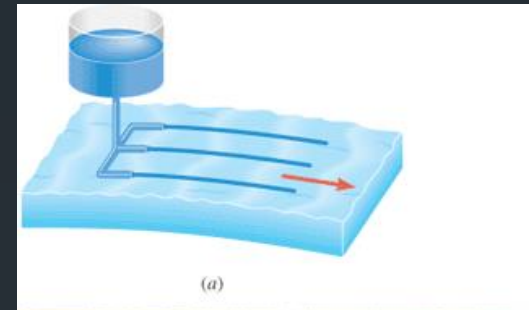
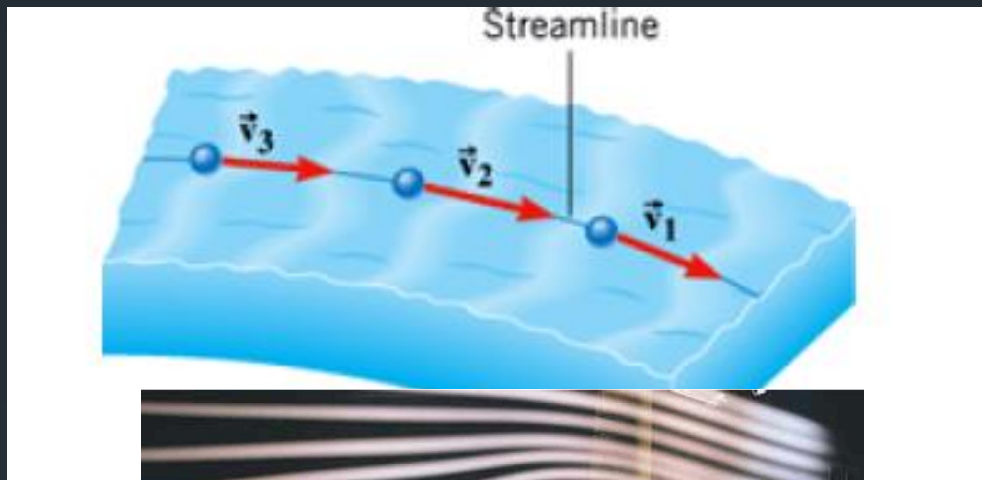


Hay dos tipos de flujo:

flujo laminar
flujo turbulento

Flujo Laminar

Flujo Laminar: es el flujo uniforme, donde capas vecinas del fluido se deslizan entre sí suavemente. Todas las partículas de una capa siguen la misma trayectoria (línea de flujo). Las trayectorias de dos capas no se cruzan.



Flujo Turbulento

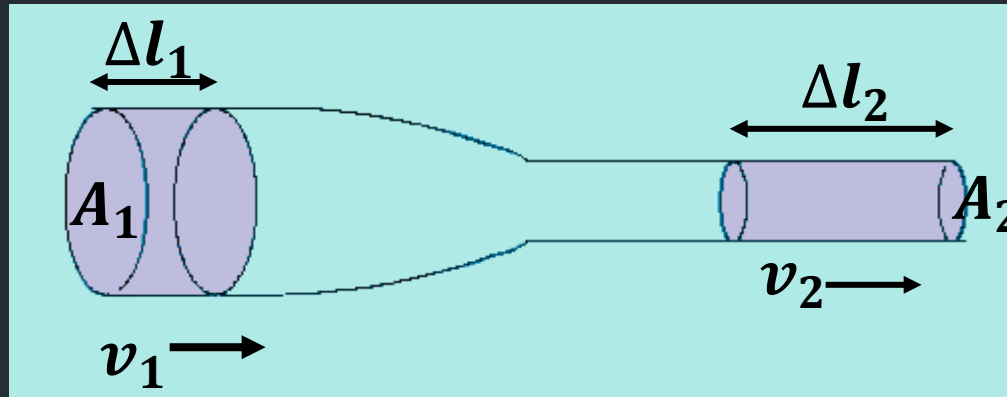
Flujo Turbulento: es el flujo donde no existen capas definidas y el material se mezcla continuamente. Las trayectorias de las partículas se encuentran formando pequeños remolinos aperiódicos.



Fluido Ideal

- Fluido no viscoso: sin roce.
- Flujo estable: laminar (cada punto tiene una velocidad definida).
- Fluido incompresible: densidad constante.
- Flujo irrotacional.

La Ecuación de Continuidad



Consideramos el flujo de un fluido por un tubo de diámetro variable: la cantidad de masa que entra en el tubo en un intervalo Δt es:

$$m_1 = \rho A_1 \Delta l_1 = \rho A_1 v_1 \Delta t$$

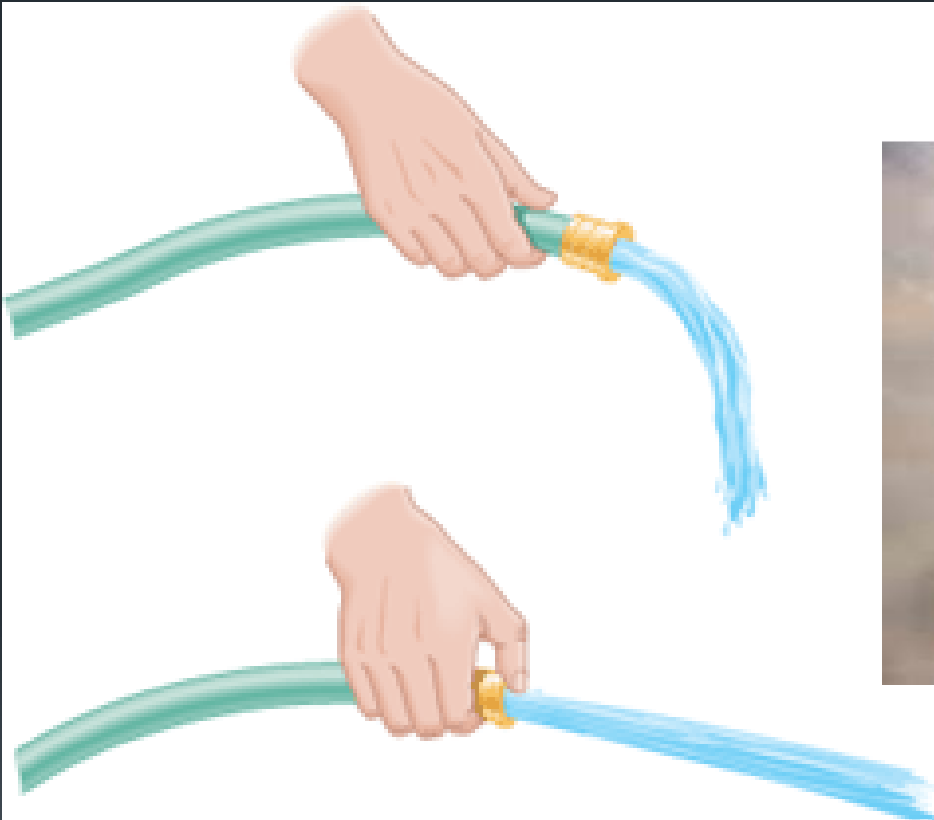
La cantidad de masa que sale del tubo en un intervalo Δt es:

$$m_2 = \rho A_2 \Delta l_2 = \rho A_2 v_2 \Delta t$$

Si el fluido es incompresible, $m_1 = m_2$, entonces,

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Ecuación de Continuidad



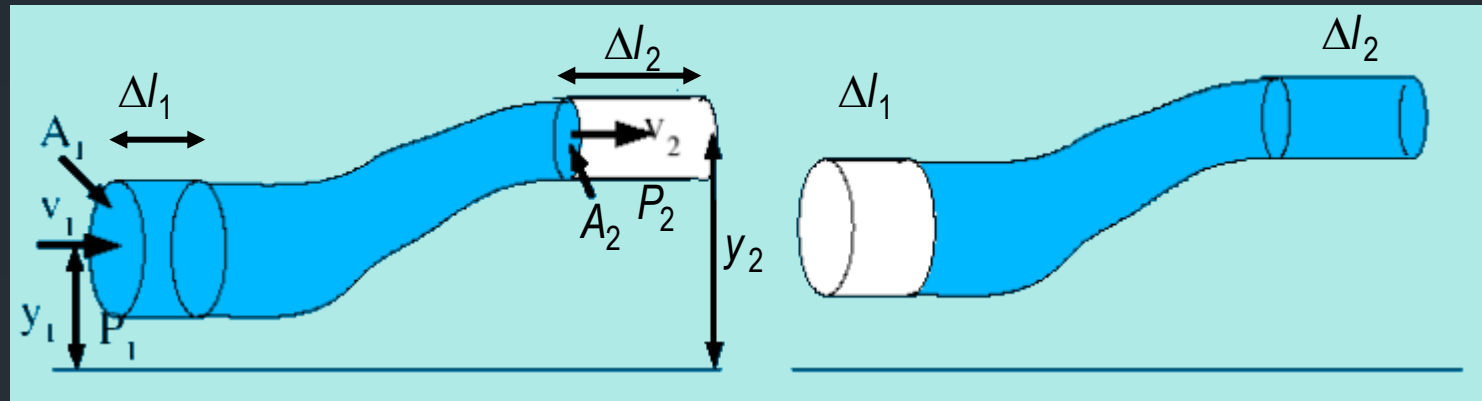
Ejercicio: Continuidad

En los seres humanos, la sangre fluye del corazón a la aorta que tiene un radio de $\sim 1 \text{ cm}$. La sangre llega finalmente a miríadas (10^4) de pequeños capilares que tienen radio de $\sim 4 \times 10^{-4} \text{ cm}$.

Si la velocidad de la sangre en la aorta es de 30 cm/s y en los capilares es de $5 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$, estime cuántos capilares hay en el cuerpo.

Ecuación de Bernoulli

Flujo Laminar, fluido incompresible.



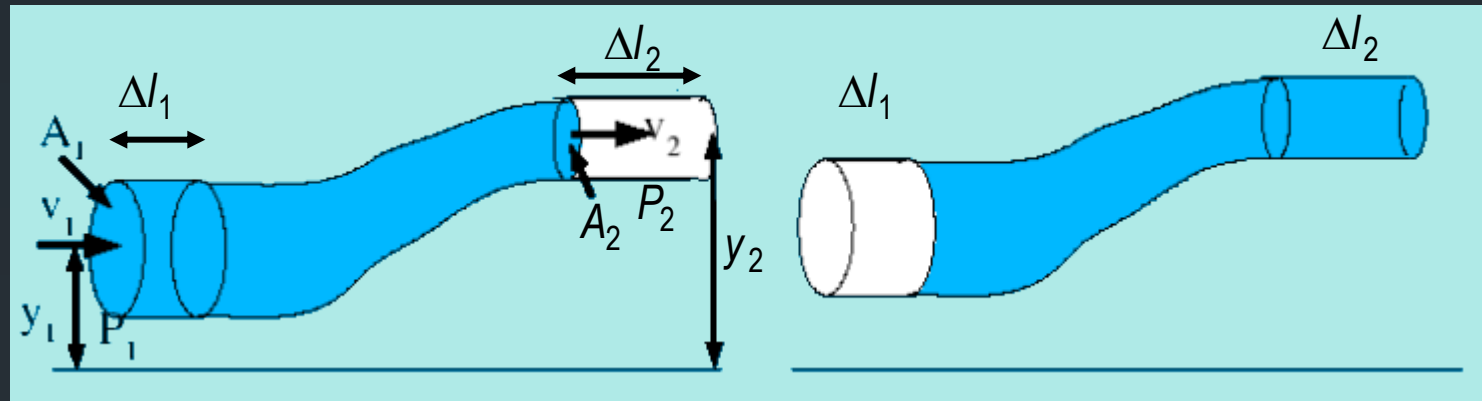
El fluido pasa por un tubo de sección transversal no uniforme, que varía de altura.

Consideramos la cantidad de fluido en el elemento de volumen (1) y calculamos el trabajo efectuado **sobre el fluido** para que éste se mueva desde la posición (1) a la posición (2).

El fluido del punto (1) se mueve una distancia Δl_1 y empuja el fluido del punto (2) una distancia Δl_2 .

Ecuación de Bernoulli

Flujo Laminar, fluido incompresible.



El fluido de la izquierda empuja y efectúa un trabajo de

$$W_1 = F_1 \Delta l_1 = P_1 A_1 \Delta l_1$$

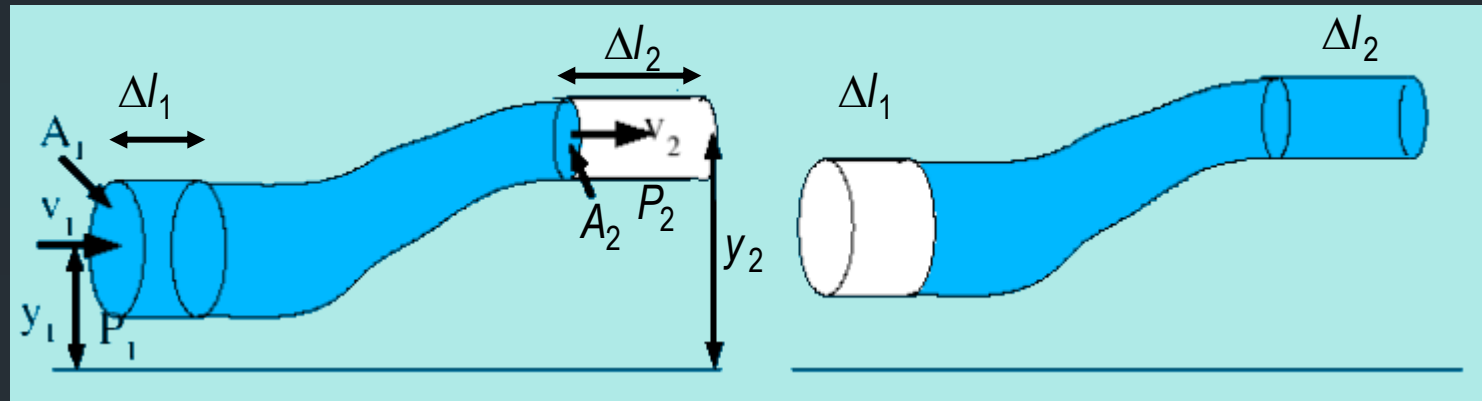
En el punto (2),

$$W_2 = -F_2 \Delta l_2 = -P_2 A_2 \Delta l_2$$

Éste último es negativo porque estamos considerando el trabajo efectuado **sobre** nuestra sección de fluido.

Ecuación de Bernoulli

Flujo Laminar, fluido incompresible.



También la fuerza de gravedad efectúa trabajo sobre el fluido:

El efecto neto del proceso es mover una masa m de volumen $A_1\Delta l_1 (= A_2\Delta l_2)$ desde el punto (1) hasta el punto (2). El trabajo efectuado por la gravedad es:

$$W_g = -mg (y_2 - y_1)$$

Ecuación de Bernoulli

El trabajo neto es entonces,

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 + W_g \\ &= P_1 A_1 \Delta l_1 - P_2 A_2 \Delta l_2 - mgy_2 + mgy_1 \end{aligned}$$

De acuerdo con el teorema de trabajo-energía, esto es igual al cambio de su Energía Cinética: $W = \Delta K + \Delta U$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = P_1 A_1 \Delta l_1 - P_2 A_2 \Delta l_2 - mgy_2 + mgy_1$$

Sustituyendo $m = \rho A_1 \Delta l_1 = \rho A_2 \Delta l_2$

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_1 - P_2 - \rho g y_2 + \rho g y_1$$

Ecuación de Bernoulli

Finalmente, reordenando,

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Ésta es la ecuación de Bernoulli y es una expresión de conservación de energía:

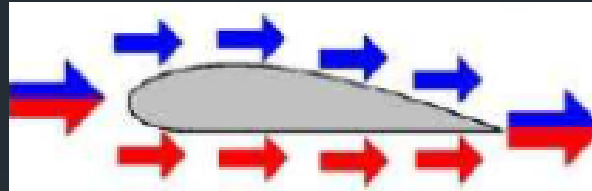
$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constante}$$

Observaciones:

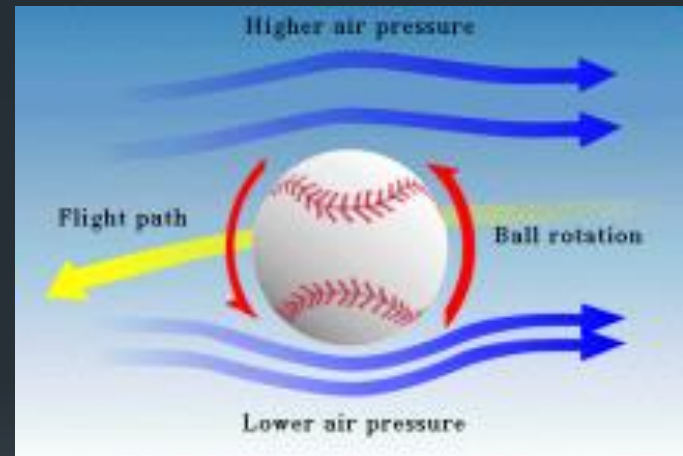
Si no hay flujo $\Delta P = -\rho g \Delta y = \rho g \Delta h$

Ecuación de Bernoulli

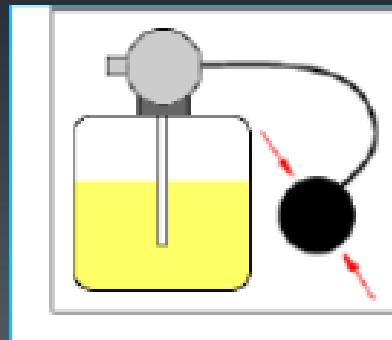
El avión



La trayectoria curva

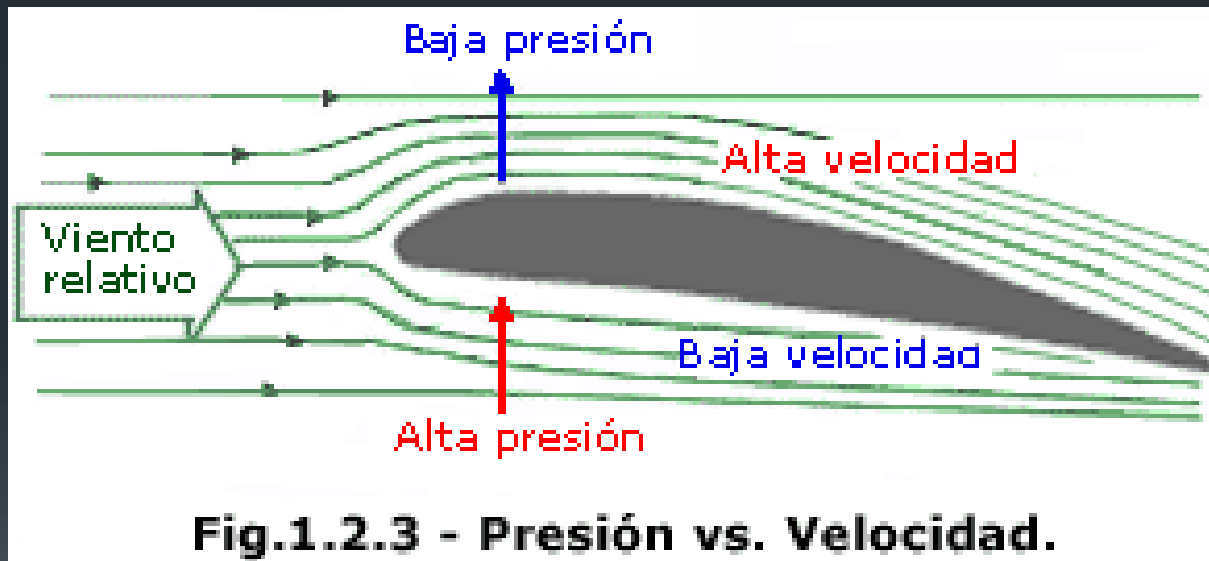


El atomizador



Ejercicio: Bernoulli

¿Cuál es la fuerza de levantamiento sobre el ala de un avión de área 86 m^2 si el aire pasa sobre las superficies superior e inferior a 340 m/s y 290 m/s respectivamente? La densidad del aire es 1.29 kg/m^3 .



Resumen

- Flotabilidad y Principio de Arquímedes $F_B = \rho_f g V$
- Fluidos en movimiento (hidrodinámica)
- Ecuación de Continuidad $A_1 v_1 = A_2 v_2$
- Ecuación de Bernoulli $P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{constante}$