Evolución Química

Variables Globales

Variables globales, función del tiempo.

M_g	**Masa total de gas interestelar**
M_s	**Masa total en estrellas**
M_w	**Masa total de los remanentes**
M	**Masa total del sistema**
E	**La tasa de eyección de masa de estrellas**
E_Z	**La tasa de eyección de metales de estrellas**
W	**La tasa de creación de remanentes estelares**

Claramente,
$M = M_g + M_s + M_w$

Parámetros Globales

Parámetros especificados de antemano. Pueden ser función del tiempo.

ψ	Tasa de formación de estrellas
f	Tasa de flujo de material saliendo o entrando al sistema.
Z_f	Abundancia metálica del material sale o entra al sistema.
$\phi(m)$	La función inicial de Masa (IMF)

Variables que vienen de evolución estelar

w	La masa del remanente estelar
τ	El tiempo de vida de una estrella de la SP de masa m.
m_{tn}	La masa de una estrella en el punto de quiebre de ls SP de una población con $t=\tau$
p_Z	La fracción de masa estelar reciclada que se convierte en metales y se pierde en el medio interestelar.

El objetivo es derivar *Z(t);* la fracción de metales en el material interestelar en función del tiempo

Ecuaciones de Evolución Química

Hay cinco ecuaciones diferenciales acopladas que describen la evolución química del sistema.

$$\frac{dM}{dt} = f$$

$$\frac{dM_s}{dt} = \Psi - E - W$$

$$\frac{dM_g}{dt} = -\Psi + E + f$$

$$\frac{dM_w}{dt} = W$$

$$\frac{d(ZM_g)}{dt} = -Z\Psi + E_Z + Z_f f$$

Conservación de masa

Tasa de eyección de masa de estrellas

Tasa de creación de remanentes estelares

Controlan la cantidad de masa que queda en estrellas o es enviada al medio interestelar

Tasa de flujo de material saliendo o entrando al sistema.

Describe como la metalicidad del medio interestelar cambia con el tiempo

$$\frac{d(ZM_g)}{dt} = -Z\Psi + E_Z + Z_f f$$

Metales del medio Interestelar en estrellas

Cantidad de metales liberados por estrellas

Metales inyectados o perdidos desde afuera

No todas la variables son independientes. Consideremos *E*; la tasa de eyección de masa de estrellas. Ya que la perdida de masa sólo ocurre en etapas posteriores a la SP, la tasa de perdida de masa se relaciona con el número de estrellas que evolucionan de la SP en un tiempo dado. Si la galaxia consiste de estrellas de una sola población, entonces

$$E(t) = N_{tn}(m_{tn} - w) = M_0 \phi(m_{tn}) \frac{dm_{tn}}{dt}(m_{tn} - w)$$

Sin embargo, para una galaxia con formación de estrellas, el cálculo de la tasa de eyección de masa debe considerar el número de estrellas de la SP en el punto de quiebre de todas las edades. Entonces el material interestelar devuelto de estrellas en tiempo t_1,

$$E = \int_{m_t}^{m_u} (m - w)\Psi(t - \tau_{tn})\phi(m, t - \tau_{tn})dm$$

Donde m_u es el límite superior en la IMF, y m_t es la masa de quiebre de una población de edad t. De igual forma, la ecuación para la masa total de los remanentes que se forman es,

$$W = \int_{m_t}^{m_u} w\Psi(t - \tau_{tn})\phi(m, t - \tau_{tn})dm$$

La ecuación para E_Z es un poco más complicada ya que tiene dos términos:

$$E_Z = \underbrace{\int_{m_t}^{m_u} m\Psi(t-\tau_{tn})\phi(m,t-\tau_{tn})\,dm}_{\text{Cantidad de metales nuevos generados por las estrellas}} + \underbrace{\int_{m_t}^{m_u} (m-w-mp_z)Z(t-\tau_{tn})\Psi(t-\tau_{tn})\phi(m,t-\tau_{tn})\,dm}_{\text{Cantidad de metales perdidos del ISM cuando la estrella se formó, pero ahora se re-envía al ISM.}}$$

Finalmente tenemos una ecuación para la conservación de metales. Entonces, la cantidad total de metales producidos en una galaxia en un tiempo de Hubble es,

$$\bar{Z}_s(M_s + M_w) + ZM_g = \int_0^{t_1}\int_{m_t}^{m_u} mp_z\Psi(t'-\tau_m)\phi(m,t'-\tau_m)\,dt'\,dm$$

Contenido metálico medio en estrellas.

Ecuaciones a resolver

$$E = \int_{m_t}^{m_u} (m - w)\Psi(t - \tau_{tn})\phi(m, t - \tau_{tn})dm$$

$$W = \int_{m_t}^{m_u} w\Psi(t - \tau_{tn})\phi(m, t - \tau_{tn})dm$$

$$E_Z = \int_{m_t}^{m_u} m\Psi(t - \tau_{tn})\phi(m, t - \tau_{tn})dm + \int_{m_t}^{m_u} (m - w - mp_z)Z(t - \tau_{tn})\Psi(t - \tau_{tn})\phi(m, t - \tau_{tn})dm$$

$$\overline{Z}_s(M_s + M_w) + ZM_g = \int_0^{t_1}\int_{m_t}^{m_u} mp_z\Psi(t' - \tau_m)\phi(m, t' - \tau_m)dt'\,dm$$

Aproximación analítica

La solución a estas ecuaciones acopladas con cuatro variables independientes (ψ, ϕ, f y Z_f) no es trivial. Consideraremos dos aproximaciones para simplificar el problema,

Aproximación 1:
IMF indep. de t

$$\phi(m,t) = \phi(m)$$

Aproximación 2:
Reciclado instantáneo

Se consideran sólo dos tipos de estrellas:
- $m < m_1$ estrellas que viven para siempre
- $m > m_1$ estrellas que evolucionan y mueren instantáneamente.

Aproximación buena si consideramos que una estrella de $5M_{sol}$ vive 10^8 años, lo que cosmológicamente hablando es instantáneo, y una de menos de $1M_{sol}$ prácticamente vive para siempre.

Definamos,

fracción de gas que Retorna al ISM

$$R = \int_{m_1}^{\infty} (m - w)\phi(m)dm$$

Fracción de materia oscura bariónica

$$D = \int_{m_1}^{\infty} w\phi(m)dm$$

Producto neto (del elemento i)

$$y_i = \frac{1}{1-R}\int_{m_1}^{\infty} mp_z\phi(m)dm$$

En palabras,

R	**Es la fracción de masa que una generación de estrellas inyecta al medio interestelar**
D	**Es la fracción de masa que una generación transforma en remanentes estelares.**
y_i	**Es la fracción del metal *i* producido por estrellas por cada 1 M_{sol} de material en estrellas o en remanentes estelares.**

La importancia de estas tres cantidades es que dependen solamente del IMF. Si supones una forma universal del IMF, entonces R, D y y_i son constantes que dependen sólo de la evolución estelar. En otras palabras, son cantidades conocidas.

Con estas aproximaciones miremos *E*, *W* y E_Z. Si suponemos φ(m) independiente del tiempo, y usamos la aproximación de reciclamiento instantáneo, entonces

$$E = \int_{m_t}^{m_u} (m - w)\Psi(t - \tau_m)\phi(m, t - \tau_m)dm$$

$$= \Psi(t)\int_{m_t}^{m_u} (m - w)\phi(m)dm = R\Psi$$

De igual manera, la ecuación para remanentes es,

$$W = \int_{m_t}^{m_u} w\Psi(t - \tau_m)\phi(m, t - \tau_m)dm$$

$$= \Psi(t)\int_{m_t}^{m_u} w\phi(m)dm = D\Psi$$

lo que resulta,

$$E_Z = \Psi\left[ZR + y(1 - R)\right]$$

$$E = R\Psi$$
$$W = D\Psi$$
$$E_Z = \Psi\left[ZR + y(1-R)\right]$$

Con estas suposiciones las ecuaciones de evolución química:

$$\frac{dM}{dt} = f$$
$$\frac{dM_s}{dt} = \Psi - E - W$$
$$\frac{dM_g}{dt} = -\Psi + E + f$$
$$\frac{dM_w}{dt} = W$$
$$\frac{d(ZM_g)}{dt} = -Z\Psi + E_Z + Z_f f$$

$$\frac{dM}{dt} = f$$
$$\frac{dM_s}{dt} = (1-R-D)\Psi$$
$$\frac{dM_g}{dt} = -(1-R)\Psi + f$$
$$\frac{dM_w}{dt} = D\Psi$$
$$\frac{dZM_g}{dt} = -Z\Psi(1-R) + y\Psi(1-R) + Z_f f$$

Que se puede simplificar diferenciando,

$$\frac{d(ZM_g)}{dt} = Z\frac{dM_g}{dt} + M_g\frac{dZ}{dt}$$

sustituyendo

$$\frac{dM_g}{dt} = -(1-R)\Psi + f$$

se obtiene,

$$\mathrm{M}_{\mathrm{g}}\frac{dZ}{dt} = y\Psi(1-R) + (Z_f - Z)f$$

Test de Formación de Estrellas

Las ecuaciones anteriores nos permiten estimar la historia de formación de estrellas en la vecindad solar. Si escribimos la ecuación,

$$\frac{dM_s}{dt} = (1 - R - D)\Psi$$

como

$$\Psi = \frac{1}{1-R-D}\frac{dM_s}{dt} = \frac{1}{1-R-D}\left(\frac{dM_s}{d\log Z}\right)\left(\frac{d\log Z}{dt}\right)$$

Si medimos la metalicidad de estrellas en la vecindad solar, podemos determinar cuanta masa hay en función de la metalicidad.

Estudiando estrellas tipo F cercanas, y comparando sus luminosidades a las de estrella F de la SP, podemos estimar sus edades. Si medimos sus metalicidades tenemos este término.

Haciendo algo parecido podemos estimar la historia de material que cae.

$$\frac{dM_g}{dt} = -(1-R)\Psi + f$$

$$f = \frac{dM_g}{dt} + (1-R)\Psi$$

$$= \left\{ \frac{dM_g}{d\log Z} + \frac{1-R}{1-R-D} \frac{dM_g}{d\log Z} \right\} \frac{d\log Z}{dt}$$

Si medimos las metalicidad de nubes HI y H_2 de masa distintas, entonces todos los términos de esta ecuación son conocidos, y la historia del material que cae es conocida.

Modelo Cerrado de Evolución Química

Como ejemplo de lo que el modelo de evolución química puede hacer, consideremos un sistema cerrado, donde todo el material para la formación estelar viene de la pérdida de masa de generaciones de estrellas precursoras. In este caso *f=0.* Partamos de la ecuación,

$$\mathrm{M_g}\frac{dZ}{dt} = y\Psi(1-R) + (Z_f - Z)f = y\Psi(1-R)$$

Considerando también la siguiente ecuación,

$$\frac{dM_g}{dt} = -(1-R)\Psi + f = -(1-R)\Psi$$

Dividiendo una por la otra,

$$\frac{\mathrm{M_g}\,\dfrac{dZ}{dt}}{\dfrac{dM_g}{dt}} = \mathrm{M_g}\,\frac{dZ}{d\mathrm{M_g}} = -y$$

Ya que *y* es una constante de evolución estelar,

$$\int_{Z_0}^{Z_1} dZ = -y \int_{M_{g0}}^{M_{g1}} \frac{dM_g}{M_g} \;\Rightarrow\; Z_1 - Z_0 = -y \ln\left(\frac{M_{g1}}{M_{g0}}\right)$$

Z_0	**Metalicidad inicial del gas**
M_{g0}	**Masa inicial del gas**
Z_1	**Metalicidad del gas hoy**
M_{g1}	**Masa del gas hoy**

Si,

$$\mu = \left(\frac{M_g}{M}\right) \qquad \sigma = \left(\frac{M_s}{M}\right) \qquad \delta = \left(\frac{M_D}{M}\right)$$

$$Z \equiv Z_0 \;\; \Rightarrow Z_1 - Z = -\ln\left(\frac{\mu_1}{\mu}\right)^y$$

$$\mu = \mu_1 \exp\left\{\frac{Z_1 - Z}{y}\right\}$$

Recordando,

$$\frac{dM_s}{dt} = (1 - R - D)\Psi \qquad \frac{dM_g}{dt} = -(1 - R)\Psi + f$$

$$\frac{dM_s}{dt} \Bigg/ \frac{dM_g}{dt} = \frac{d\sigma}{d\mu} = -\frac{1 - R - D}{1 - R}$$

entonces,

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{dZ}} = \left(\frac{d\mu}{dZ}\right)\left(\frac{d\sigma}{d\mu}\right) = \left(\frac{\mu}{y}\right)\left(\frac{1 - R - D}{1 - R}\right)\exp\left\{\frac{Z_1 - Z}{y}\right\}$$

Finalmente, si escribimos esta ecuación en términos de *logZ*,

$$\frac{\mathrm{d}\sigma/\sigma_1}{\mathrm{dlogZ}} = \ln 10\left(\frac{Z}{y}\right)\left(\frac{1-R-D}{1-R}\right)\left(\frac{\mu_1}{\sigma_1}\right)\exp\left\{\frac{Z_1-Z}{y}\right\}$$

Ya que el número de medidas de metalicidad estelar no es muy abundante, es mejor estudiar la función distribución acumulativa, i.e. El número de estrellas con metalicidades menor que *Z*. Para esto integramos la ecuación anterior. Juntemos las constantes en

$$G = \left(\frac{1-R-D}{1-R}\right)\left(\frac{\mu_1}{\sigma_1}\right)$$

La función acumulativa será,

$$\boxed{\frac{\sigma}{\sigma_1} = 1 - G\left\{\exp\left(\frac{Z_1-Z}{y}\right) - 1\right\}}$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = 1 - G\left\{\exp\left(\frac{Z_1 - Z}{y}\right) - 1\right\}$$

Cuando esta función se compara con las observaciones, es claro que las metalicidades de las estrellas en la vecindad solar no se puede ajustar con un modelo cerrado de evolución galáctica. Alguna razones,

- ***ó*** $Z_0 \neq 0$
- ***ó* La población inicial de estrella no tenían la misma IMF**
- ***ó*** $f \neq 0$
- ***ó* hay in-homogeneidades químicas severas en el ISM, y la formación de estrellas ocurren preferentemente en regiones de metalicidad más alta.**