

# Formación de Estructura

Teoría de Perturbaciones Lineales

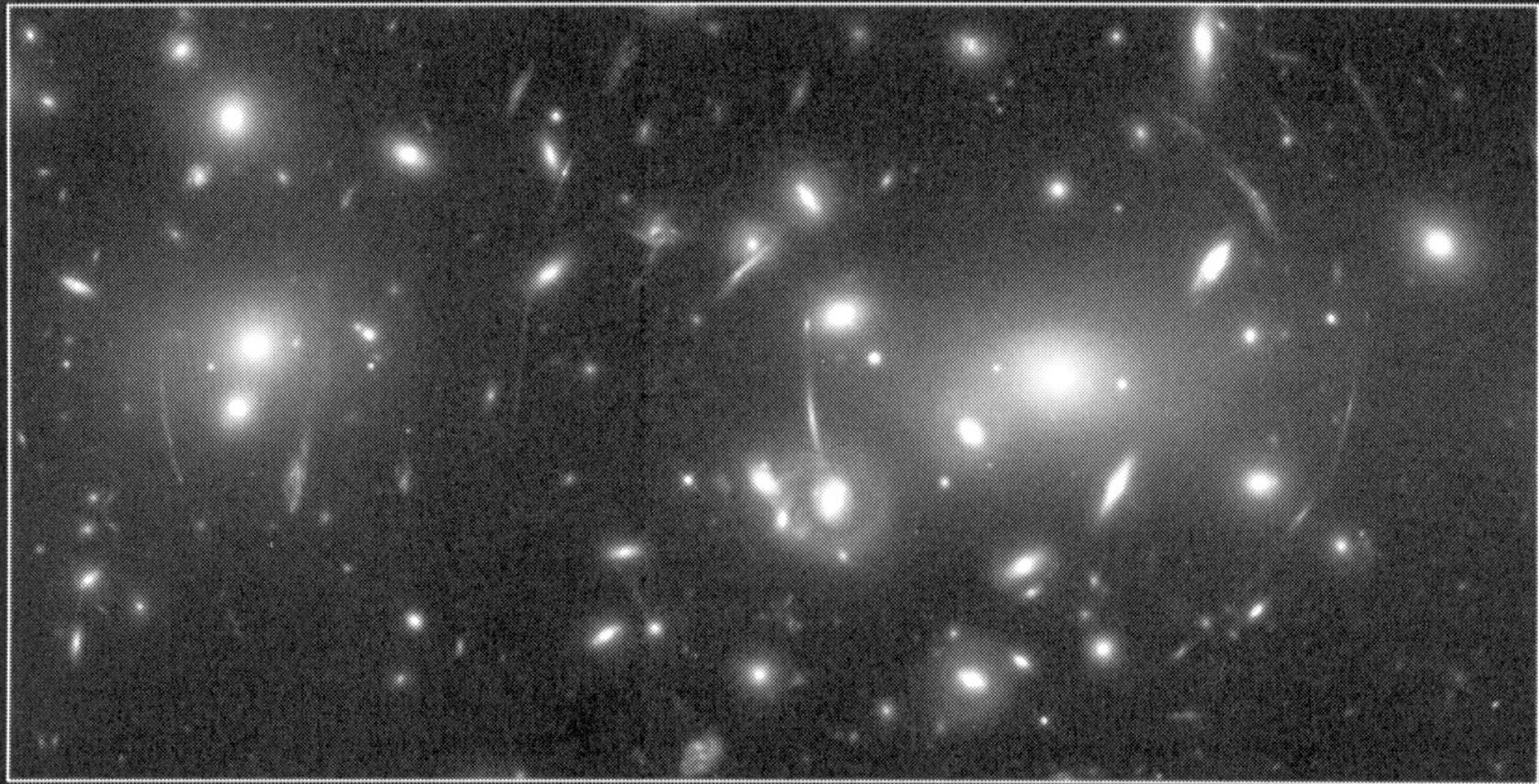
Perturbaciones isotérmicas y adiabáticas

Masa de Jeans

Crecimiento de perturbaciones

Efecto Sachs-Wolfe

# *EVOLUCION* →



# Crecimiento de Estructuras

Inicialmente, universo suave  $\Rightarrow$  hoy, lleno de estructuras.

¿Cómo llegamos a esto?

Probablemente debido a la acción de la gravedad

Possibilidades

Objetos pequeños se formaron primero para luego agregarse en estructuras mayores

Estructuras grandes como supercúmulos se formaron primero y luego se fraccionaron en estructuras mas pequeñas.

¿Cuándo se inicio la formación de estructuras?

¿Hay información para esto en el Fondo de Microondas?

## Consideremos dos clases de perturbaciones

**Perturbaciones Isotérmicas:** Afectan la materia y no la radiación. Son del tipo de las que ocurren en la actualidad, ya que materia y radiación están desacopladas. En el universo temprano, antes de recombinación, este tipo de fluctuaciones no existía.

**Perturbaciones Adiabáticas:** Afectan a ambas la materia y la radiación. Estas perturbaciones no ocurren hoy, pero probablemente ocurrieron antes del desacople.

# Perturbaciones Isotérmicas

Las fluctuaciones crecen debido a la gravedad; la fuerza de gravedad por unidad de masas es



$$F_{grav} = \frac{GM}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho R$$

Consideremos una perturbación isotérmica donde la gravedad trata de mover electrones (y protones) a través de un campo de radiación. Si  $v$  es la velocidad de los electrones y  $\sigma_T$  es la sección eficaz absorción electrón-fotón, entonces la fuerza de arrastre que sienten los electrones al moverse por un campo de fotones es,

Energía que encuentra el electrón cada segundo en su camino a través de los fotones

$$F_{drag} = \frac{aT^4 (\sigma_T v)}{m_H c}$$

Densidad de energía (ergs/cm<sup>3</sup>)

Volumen cilíndrico barrido por el electrón por segundo.

Comparando ambas fuerzas y poniendo explícitamente la dependencia en  $z$

$$\longrightarrow \frac{F_{drag}}{F_{grav}} = \frac{3\sigma_T v a T^4}{4\pi G m_H c R \rho} = \frac{3\sigma_T v a T_0^4 (1+z)^4}{4\pi G m_H c R \rho_0 (1+z)^3}$$

Consideremos  $R$ , el tamaño físico de la perturbación. En un universo Einstein-de Sitter, el tiempo que toma un electrón en viajar una distancia  $R$  es  $vt$ . Si la perturbación se inicia en el Big Bang, entonces para el redshift  $z$ , el tamaño es,

$$R = \frac{2}{3} \frac{1}{H_0} v (1+z)^{-3/2}$$

en la ecuación anterior,

$$\frac{F_{drag}}{F_{grav}} = \frac{9\sigma_T v a T_0^4 H_0}{8\pi G m_H c \rho_c \Omega_0} (1+z)^{5/2}$$

Numéricamente esto es,

$$\frac{F_{drag}}{F_{grav}} = 10^{-8} (1+z)^{5/2}$$

Notamos que antes de desacoplamiento, cuando  $z > 1500$ , la gravedad no era mayor que la fuerza de arrastre de los fotones del campo. Perturbaciones isotérmicas no crecían.

$$z=1500 \\ F_{drag} = 0.87 F_{grav}$$

# Perturbaciones Adiabáticas

Si el campo de radiación es perturbado junto con la materia, el exceso de energía contenida en una región se difundirá y la perturbación decaerá. Sin embargo, esta difusión no es instantánea.

Calculemos el tiempo de difusión y comparemos con la edad del universo.

$$\lambda = \frac{1}{n_e \sigma_T} \Leftarrow \text{Camino libre de un fotón}$$

$$\frac{\lambda}{c} \Leftarrow \text{Tiempo entre escaterings sucesivos.}$$

$$\left(\frac{R}{\lambda}\right)^2 \Leftarrow \text{Número de escaterings para caminar aleatoriamente la distancia } R$$

El tiempo de difusión > Edad de universo,

$$\left(\frac{R}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{c}\right) > \frac{2}{3} \frac{1}{H_0} (1+z)^{-3/2}$$
$$R^2 > \frac{2}{3} \frac{c\lambda}{H_0} (1+z)^{-3/2}$$

Si transformamos radio en masa y notando que los protones siguen a los electrones, tal que  $\rho = n_e m_H$  entonces

$$M = \frac{4}{3} \pi \rho R^3 > \frac{4}{3} \pi \rho \left\{ \frac{2}{3} \frac{c m_H}{H_0 \rho \sigma_T} (1+z)^{-3/2} \right\}^{3/2}$$

$$\text{Usando } \rho = \rho_0 (1+z)^3 = \rho_c \Omega_0 (1+z)^3$$

$$M > \frac{4}{3} \pi \left\{ \frac{2}{3} \frac{cm_H}{H_0 \sigma_T} \right\}^{-3/2} \left\{ \frac{1}{\rho_c \Omega_0} \right\}^{1/2} (1+z)^{-15/4}$$

**Donde  $\rho_c$  es la densidad crítica del universo.**  
**En la época de desacoplamiento  $M > 10^{13} M_{sol}$**   
**Sin embargo, la masa está subestimada ya que**  
 **$\lambda$  cambia rápido al inicio del universo; pero**  
**demuestra que perturbaciones adiabáticas solo**  
**se pueden propagar si son muy grandes;**  
**perturbaciones pequeñas se difunden**  
**rápidamente.**

# La Masa de Jeans

¿Cuál es la masa mínima necesaria para gatillar el colapso gravitacional?

Para que ocurra el colapso, la energía potencial debe ser mayor que la energía térmica del gas.

Si  $v_s$  es la velocidad del sonido,

$$\frac{GM}{R} > \frac{1}{2} v_s^2$$

sustituyendo densidad por radio

$$2GM \left( \frac{4\pi\rho}{3M} \right)^{1/3} > v_s^2$$

de tal forma que definimos **Masa de Jeans**

$$M_J \equiv \left( \frac{1}{8\pi G} \right)^{3/2} \frac{v_s^3}{\sqrt{\rho}}$$

Después de desacoplamiento  
la materia es como un gas ideal

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma kT}{m_H}} \rightarrow$$

Si  $z \sim 1000 \Rightarrow v_s \sim 4 \text{ km/s}$   
 $\Rightarrow M_J \sim 10^5 M_{sol}$   
Tamaño cúmulo globular

En el universo temprano, la ley de gases ideales no corre.  
En  $z = 40.000$ , la presión de radiación domina, y la densidad  
de energía era mucho mayor que la de la materia, tal que

$$P = \frac{aT^4}{3} \quad \text{y} \quad \rho = \frac{aT^4}{c^2} \quad \Rightarrow \quad v_s = \frac{c}{\sqrt{3}} \quad \text{y} \quad \rho = aT_0^4 (1+z)^4$$

La masa de Jeans era  $M_J \sim 10^{16} M_{sol}$

**Esto demuestra que sólo las fluctuaciones  
grandes crecen en el universo temprano.**

# Crecimiento de Perturbaciones

¿Es posible conectar la estructura que vemos en la actualidad con las perturbaciones del fondo de microondas?

Las estructura más grandes, supercúmulos, tiene sobre-densidades  $\delta/\rho \sim 2$ .

Consideremos una región con una pequeña sobre densidad  $\delta\rho$ , en un universo Einstein-de Sitter.

De la ecuación de expansión de esta región

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - \frac{8}{3}\pi G(\rho + \delta\rho) = -\frac{kc^2}{R^2}$$

mientras que la ecuación de la expansión del resto del universo es

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - \frac{8}{3}\pi G\rho = 0$$

Si  $\delta\rho$  es pequeño, entonces la desaceleraciones de ambas regiones son similares. En primer orden podemos sustraer ambas ecuaciones

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{3kc^2}{8\pi G\rho R^2}$$

Como la densidad en el universo,  $\rho \propto R^{-3}$

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{3kc^2}{8\pi GM} R \Rightarrow \frac{\delta\rho}{\rho} \propto R$$

**Es decir, la amplitud de las perturbaciones de densidad crecen linealmente con el tamaño del universo debido a la expansión de Hubble, *i.e* sin la ayuda de la gravedad. Esto pone un límite en la amplitud de las perturbaciones iniciales: por ejemplo, si un súper-cúmulo tiene  $\delta\rho/\rho \sim 2$  hoy, entonces en la época de desacoplamiento era 1500 veces menor.**

# Efecto Sachs-Wolfe

¿Cómo observamos fluctuaciones de densidad en el fondo de microondas?

Consideremos un contraste de densidad  $\delta_x = \delta\rho/\rho$  en alguna región del universo, de tamaño  $u$  en coordenadas co-móviles, y  $Ru$  en coordenadas físicas.

Consideremos el potencial gravitacional de esa región. De la física Newtoniana,

$$\phi = \frac{GM}{Ru} = \frac{4\pi GR^3 u^3 \delta_x \rho}{3Ru} = \frac{4}{3} \pi GR^3 u^3 \delta_x \rho$$

Sustituyendo  $\rho = \Omega \rho_c = \frac{3}{8\pi G} H^2 \Omega$

obtenemos  $\phi = \frac{1}{2} \Omega R^2 u^2 H^2 \delta_x$

Si hacemos la aproximación de que a redshifts altos el universo era prácticamente crítico (i.e. Einstein - de Sitter). entonces

$$R \propto t^{2/3} \quad \text{y} \quad H \propto \frac{1}{t} \quad \Rightarrow \quad H \propto R^{-3/2}$$

Si las perturbaciones crecen linealmente,  $\delta_x \propto R$

$$\phi \propto \Omega R^2 R^{-3} R \quad \Rightarrow \quad \phi = \text{Constante}$$

A pesar de que las fluctuaciones crecen con el tiempo el potencial no lo hace. Entonces podemos usar los valores actuales del universo,

$$\phi = \frac{1}{2} \Omega_0 (R_0 u)^2 H_0^2 \delta_x(0)$$

Un fotón que pasa por un potencial experimentará un redshift gravitacional, del orden de

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\phi}{c^2}$$

Por lo tanto, los fotones del fondo de microondas de esa región aparecerán más fríos por

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\Omega_0 H_0^2 (R_0 u)^2 \delta_x(0)}{2c^2}$$

**Algunos números típicos:**

**Para Supercúmulos  $Ru \sim 100 \text{ Mpc}$ ,  $\delta_x \sim 2$**

**Si  $H_0 = 75 \text{ km/seg/Mpc} \Rightarrow \Delta T/T \sim 6 \times 10^{-4}$**

**Lo que no es muy distinto a lo observado  $\Rightarrow \Delta T/T \sim 3 \times 10^{-5}$**

**(Sirve especialmente para escalas mayores. Para escalas menores el efecto es muy pequeño.)**